Prüfungsdauer: 150 Minuten

Aufgaben

Aufgabe A1

A 1.0 In einer Medikamentenstudie wird in drei zeitgleich beginnenden Laborversuchen die Vermehrung von Krankheitserregern untersucht.
Bei allen Versuchen geht man von anfänglich 10 000 Krankheitserregern aus.

A 1.1 Im ersten Versuch wird festgestellt, dass sich die Anzahl der Krankheitserreger ohne Zugabe eines Medikaments täglich um 16 % vergrößert. Bestimmen Sie durch Rechnung, am wievielten Tag nach Versuchsbeginn sich die Anzahl der Krankheitserreger verdreifacht hat.

(2 P)

A 1.2 Beim zweiten Versuch wird zu Beginn ein Medikament A zugegeben. Nach Ablauf von 12 Tagen beträgt die Anzahl der Krankheitserreger 45 000. Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Anzahl der Krankheitserreger mit Medikament A täglich zunimmt. Runden Sie auf ganze Prozent.

(1 P)

A 1.3 Beim dritten Versuch wird ein Medikament B zugegeben, mit dem die Anzahl der Krankheitserreger täglich nur um 8% zunimmt. Bestimmen Sie durch Rechnung, am wievielten Tag nach Versuchsbeginn die Anzahl der Krankheitserreger mit Medikament B halb so groß ist wie die Anzahl der Krankheitserreger aus dem Versuch aus 1.1 ohne Medikament.

(2 P)

Aufgabe A2

A 2.0 Die nebenstehende Zeichnung zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS, deren Grundfläche das gleichseitige Dreieck ABC ist. Der Fußpunkt T der Pyramidenhöhe [ST] teilt die Dreieckshöhe [MB] des gleichseitigen Dreiecks ABC im Verhältnis

$\overline{MT} : \overline{TB} = 1 : 2$

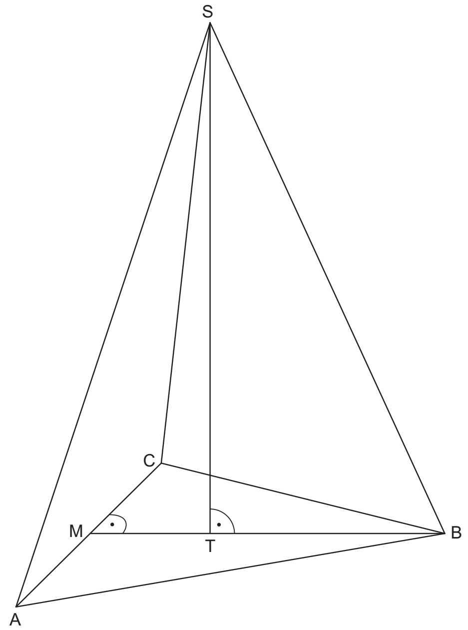
Es gilt: $\overline{MB} = 6\,\text{cm}$; $\sphericalangle SBM = 65°$.

In der Zeichnung gilt:

$q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$;

[MB] liegt auf der Schrägbildachse.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke [ST].

[Ergebnis: $\overline{ST} = 8{,}58\,\text{cm}$]

(1 P)

A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [BS]. Die Winkel BMP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in [0°; 76{,}88°]$. Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten A und C die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken AP_nC mit der Basis [AC].
Zeichnen Sie das Dreieck AP_1C für $\varphi = 20°$ in das Schrägbild zu 2.0 ein. **(1 P)**

A 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$\overline{MP_n}(\varphi) = \frac{5{,}44}{\sin(\varphi + 65°)}\,\text{cm}$.

(2 P)

Aufgabe A2

A 2.4 Unter den Dreiecken AP_nC hat das Dreieck AP_2C den minimalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks AP_2C.

(2 P)

A 2.5 Die Punkte P_n sind für $\varphi \in \,]0°; 76{,}88°]$ Spitzen von Pyramiden $ABCP_n$ mit den Höhen $[P_nF_n]$, deren Fußpunkte F_n auf [MB] liegen.

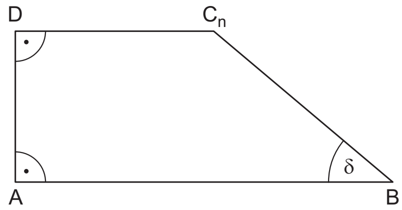
Für das Volumen der Pyramide $ABCP_3$ gilt: $V_{ABCP_3} = \frac{1}{2} \cdot V_{ABCS}$.

Bestimmen Sie das zugehörige Winkelmaß φ.

(3 P)

Aufgabe A3

A 3.0 Die Trapeze ABC_nD (siehe Skizze) haben die parallelen Seiten $[AB]$ und $[C_nD]$. Die Winkel C_nBA haben das Maß φ mit $\varphi \in\ ]21{,}800°; 90°[$.
Es gilt: $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$; $\overline{AD} = 4\,\text{cm}$; $\sphericalangle BAD = 90°$.



A 3.1 Bestätigen Sie durch Rechnung die untere Intervallgrenze von φ.

(1 P)

A 3.2 Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze ABC_nD in Abhängigkeit von φ gilt:

$$A(\varphi) = \left(40 - \frac{8}{\tan\varphi}\right)\text{cm}^2.$$

(2 P)

A 3.3 Für $\varphi = 50°$ entsteht das Trapez ABC_1D. Der Flächeninhalt des Trapezes ABC_2D ist um 30 % kleiner als der Flächeninhalt des Trapezes ABC_1D.
Berechnen Sie das Maß φ des Winkels C_2BA des Trapezes ABC_2D.

(2 P)

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Aufgabe B1

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 2 \cdot \log_2 (x + 5) + 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 sowie die Gleichung der Asymptote h an und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-4{,}5; 8]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \le x \le 8$; $-4 \le y \le 11$ **(4 P)**

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet. Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -2 \cdot \log_2 (x + 6) + 5$ besitzt ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. **(3 P)**

B 1.3 Punkte $A_n (x \mid 2 \cdot \log_2 (x + 5) + 3)$ auf dem Graphen zu f, und Punkte $B_n (x \mid -2 \cdot \log_2 (x + 6) + 5)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x.
Sie sind für $x > -4$ zusammen mit dem Schnittpunkt $S(-4 \mid 3)$ der Graphen zu f_1 und f_2 und Punkten C_n die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nSB_nC_n$.
Zeichnen Sie die Parallelogramme $A_1SB_1C_1$ für $x = 0$ und $A_2SB_2C_2$ für $x = 2$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. **(2 P)**

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Diagonalenschnittpunkte M_n der Parallelogramme $A_nSB_nC_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$$M_n\left(x \,\middle|\, \log_2\left(\frac{x+5}{x+6}\right) + 4\right).$$

Berechnen Sie sodann die Koordinaten des Diagonalenschnittpunktes M_3 für $C_3(16 \mid y_{C_3})$ mit $y_{C_3} \in \mathbb{R}$. **(3 P)**

B 1.5 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von x. **(2 P)**

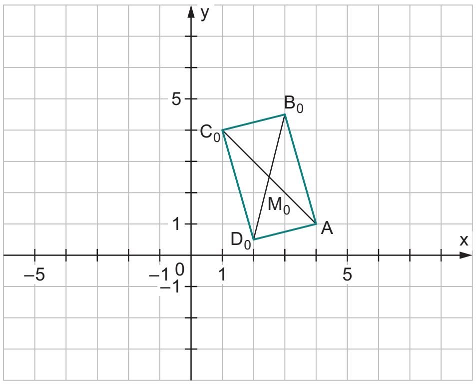
B 1.6 Begründen Sie durch Rechnung, dass es unter den Parallelogrammen $A_nSB_nC_n$ keine Raute gibt. **(3 P)**

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Aufgabe B2

B 2.0 Der Punkt A (4 | 1) ist gemeinsamer Eckpunkt von Rechtecken $AB_nC_nD_n$. Die Diagonalenschnittpunkte M_n (x | 0,2x + 2) der Rechtecke $AB_nC_nD_n$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 0{,}2x + 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
Es gilt: $\sphericalangle B_nAM_n = 30°$.
Die nebenstehende Skizze zeigt das Rechteck $AB_0C_0D_0$ für $x = 2{,}5$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g und die Rechtecke AB_1CP_1 für $x = 0$ und $AB_2C_2D_2$ für $x = 5$ in ein Koordinatensystem.
Zeigen Sie sodann durch Rechnung, dass der Punkt C_1 die Koordinaten C_1 (– 4 | 3) besitzt.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leq x \leq 8$; $-3 \leq y \leq 7$ **(4 P)**

B 2.2 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[AB_n]$ gilt:
$\overline{AB_n} = \sqrt{3} \cdot \overline{AM_n}$. **(1 P)**

B 2.3 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte M_n.
[Ergebnis: B_n (1,67x – 1,131 – 0,57x + 5,96)] **(3 P)**

B 2.4 Bestimmen Sie die Gleichung des Trägergraphen h der Punkte B_n und zeichnen Sie sodann den Trägergraphen h in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.
[Ergebnis: h: $y = -0{,}34x + 5{,}57$] **(3 P)**

B 2.5 Im Rechteck $AB_3C_3D_3$ gilt: $B_3 \in g$. Berechnen Sie die Koordinaten des zugehörigen Diagonalenschnittpunktes M_3. **(3 P)**

B 2.6 Unter den Rechtecken $AB_nC_nD_n$ hat das Rechteck $AB_4C_4D_4$ den kleinstmöglichen Flächeninhalt.
Berechnen Sie die x-Koordinate des zugehörigen Diagonalenschnittpunktes M_4 und geben Sie den minimalen Flächeninhalt an. **(3 P)**