Lösung

Diese Lösung wurde erstellt von Cornelia Sanzenbacher. Sie ist keine offizielle Lösung des Ministeriums für Bildung, Jugend und Sport Brandenburg und der Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft Berlin.

Aufgabe 1: Basisaufgaben

a) 5,75 h = 5,75 ·60 = 345 Min

b) P(„1“ oder „6“) = $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

c) $\alpha = 180° - 52° - 48° = 80°$

d) $-(-x + 10) = x - 10$

e) $\sqrt{3x \cdot 27x} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 9x^2} = 9x$

f) Falsch, ein Trapez hat eine Symmetrieachse, wenn es gleichschenklig ist, sonst keine.

g) 12 Kinder entsprechen $\frac{3}{7}$ der Klasse.

Es ist also $12 = \frac{3}{7}x \Rightarrow x = 12 \cdot \frac{7}{3} = 28$.

Es sind 28 Schüler in der Klasse.

h) Der y-Achsenschnittpunkt des Graphen ist (0|0) => b = 0. Dies ist in allen drei angegebenen Gleichungen der Fall.

Die Steigung des Graphen kann man z. B. mit dem Punkt (1|–2) bestimmen:

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2}{1} = -2.$

Richtig ist also die Gleichung $y = -2x$.

Aufgabe 2: Quadratische Funktionen

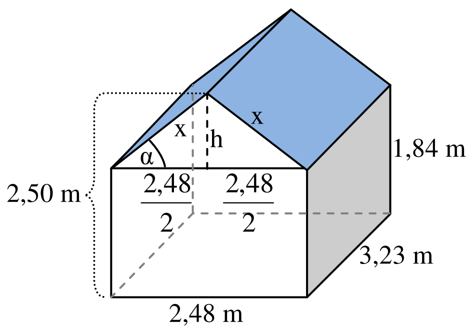
a) Scheitelkoordinaten: S(2|–6)

b) Einsetzen des Scheitelpunkts in die Scheitelpunktform ergibt die Funktionsgleichung:
$y = (x-2)^2 - 6.$
Ausrechnen ergibt:
$y = x^2 - 4x + 4 - 6$
$y = x^2 - 4x - 2$

c) Wenn eine Parabel nur eine Nullstelle hat, so ist diese gleichzeitig ihr Scheitel. Man berechnet zunächst die x-Koordinate der Nullstelle in Abhängigkeit von q:
$p(x) = x^2 + 2x + q$
$0 = x^2 + 2x + q$
$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1-q}$
Soll es nur eine Nullstelle geben, so darf diese Gleichung nur eine Lösung haben, die Determinante muss also Null sein:
$D = 0$
$0 = 1 - q \Rightarrow q = 1$
Die Gleichung der Parabel lautet also $p(x) = x^2 + 2x + 1$.

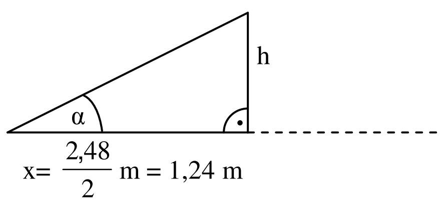
Aufgabe 3: Gewächshaus

a) Berechnung der Grundfläche:
$G = 2{,}48\ \text{m} \cdot 3{,}23\ \text{m} = 8{,}0104\ \text{m}^2$
Die Katalogangabe ist richtig, die Grundfläche ist circa 8 m^2 groß.



b) Die Dachhöhe beträgt h = 2,50 m – 1,84 m = 0,66 m.
Die Giebelseitenlängen x kann man mit dem Satz des Pythagoras berechnen:
$$x^2 = h^2 + \left(\frac{2{,}48}{2}\right)^2$$
x = 1,40 m
Berechnung der gesamten Dachfläche:
$A_{ges} = 2 \cdot 3{,}23\ \text{m} \cdot 1{,}40\ \text{m}$
$A_{ges} = 9{,}07\ \text{m}^2$
Die Dachfläche ist rund 9 m^2 groß.

c) Den Neigungswinkel kann man mit den trigonometrischen Beziehungen berechnen:



$$\tan \alpha = \frac{h}{x}$$
$$\tan \alpha = \frac{0{,}66}{1{,}24}$$
$\alpha = 28{,}0°$
Der Neigungswinkel beträgt 28°:

Aufgabe 4: Aids

a) Eine Zunahme um 60% bedeutet einen Wachstumsfaktor von q = 1,6.

b) Die Anzahl der Aids-Fälle in einem Jahr errechnet sich, indem die Anzahl des vorangegangenen Jahres mit 1,6 malgenommen wird. Die Ergebnisse werden in einer Tabelle zusammengestellt:

	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988
Aidsfälle	1000	1600	2560	4096	6554	10 486	16 778	26 844
Zuwachs		600	960	1536	2458	3932	6292	10 066

Im Verlauf des Jahres 1988 übersteigt die Zahl der Erkrankten erstmals 20 000.

c) Aussage 1:
falsch; die Zunahme der erkrankten Personen steigt immer stärker an, wie man auch der Zeile „Zuwachs“ der Tabelle unter b) entnehmen kann.

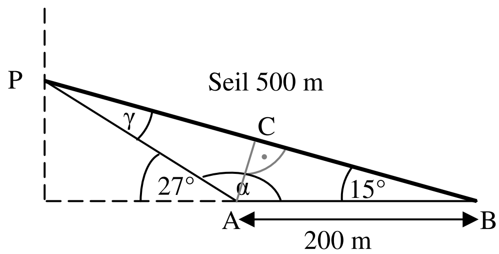
Aussage 2:
wahr; der Wachstumsfaktor ist q = 1,6.

Aussage 3:
falsch; der Graph eines linearen Wachstums ist eine Gerade.

Aussage 4:
wahr; die Zahl der Neuerkrankten entspricht dem Zuwachs, also der entsprechenden Zeile in der Tabelle unter b). Man sieht sofort, dass diese Zahl jedes Jahr steigt, wie es bei exponentiellem Wachstum der Fall ist.

Aufgabe 5: Eiffelturm

a) Der Winkel α ist der Nebenwinkel zu 27°:
$\alpha = 180° - 27°$
$\alpha = 153°$
Über die Winkelsumme im Dreieck kann man dann γ bestimmen:
$\gamma = 180° - 15° - \alpha$
$\gamma = 12°$



b) Die Seillänge (also die Strecke $\overline{BP}$) kann auf zwei verschiedenen Wegen bestimmt werden.

<u>1. Lösungsweg: Unterteilung des Dreiecks ABP durch die Strecke</u> $\overline{AC}$

Für $\overline{AC}$ gilt im Dreieck ABC:

$$\sin 15° = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$

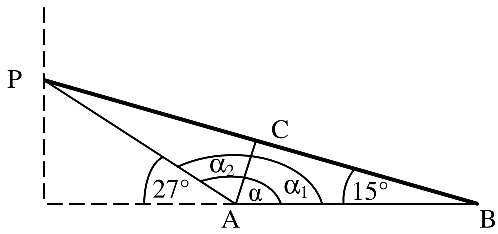
$$\overline{AC} = \overline{AB} \cdot \sin 15°$$

$$\overline{AC} = 200 \cdot \sin 15° = 51{,}76 \text{ m}$$

$\overline{BC}$ kann mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden:

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = (200\ m)^2 - (51{,}76\ m)^2$

$\overline{BC} = 193{,}19\ m$



Die beiden Teilwinkel von α sind:
$\alpha_1 = 90° - 15° = 75°$
$\alpha_2 = \alpha - \alpha_1 = 153° - 75° = 78°$

Damit ergibt sich für $\overline{CP}$:

$\tan \alpha_2 = \frac{\overline{CP}}{\overline{AC}}$

$\overline{CP} = \overline{AC} \cdot \tan \alpha_2$

$\overline{CP} = 51{,}76\ m \cdot \tan 78° = 243{,}51\ m$

$\overline{BP}$ ist die Summe aus $\overline{BC}$ und $\overline{CP}$:

$\overline{BP} = \overline{BC} + \overline{CP}$

$\overline{BP} = 193{,}19\ m + 243{,}51\ m = 436{,}73\ m$

2. Lösungsweg mit dem Sinussatz:

$\frac{\overline{BP}}{\sin\alpha} = \frac{\overline{AB}}{\sin\gamma}$ | $\alpha = 153°;\ \gamma = 12°$

$\overline{BP} = \frac{\overline{AB} \cdot \sin 153°}{\sin 12°} = 436{,}72\ m$

Bei beiden Lösungswegen ergibt sich die Antwort:
Das Seil reicht aus. Man benötigt zur Überbrückung der Strecke mit 436,7 m weniger als die Seillänge von 500 m, kann das Seil also auch gut befestigen.

Aufgabe 6: Hausarbeit

a) Insgesamt sind beim Würfeln mit zwei Würfeln die 11 Augensummen 2 – 12 möglich. Da Paula davon nur bei 4 Augensummen (6, 7, 8 oder 9) spülen muss, Anna dagegen bei 7 verschiedenen Summen (2, 3, 4, 5, 10, 11, 12), erscheint das Angebot zunächst großzügig.

b) Die Augensumme 9 ergibt sich bei den Würfelergebnissen (3;6), (4;5), (5;4), (6;3).

c) Für das Würfeln mit zwei Würfeln gelten die folgenden Ergebnisse:

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Die Wahrscheinlichkeit, dass Paula spülen muss, beträgt:

P(Augensumme 6,7,8,9) = $\frac{5}{36}+\frac{6}{36}+\frac{5}{36}+\frac{4}{36}=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}=55{,}6\%$

Damit ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit, dass Anna spülen muss:
P(Augensumme 2,3,4,5,10,11,12) = 1 – 55,6 % = 44,4 %.
Paula ist benachteiligt, denn die Wahrscheinlichkeit, dass sie spülen muss, ist 55,6%, während Anna nur mit 44,4% Wahrscheinlichkeit spülen muss.

Aufgabe 7: Straßenbäume

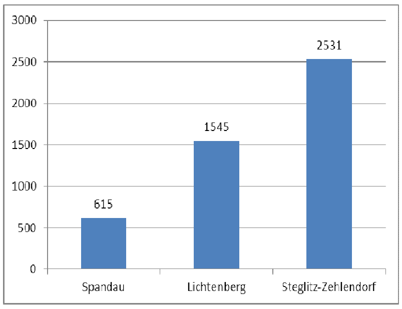
a) Mehr Bäume gepflanzt als gefällt wurden, wenn der Prozentsatz der Nachpflanzungen über 100 % liegt. Das ist der Fall in
1. Mitte, hier wurden 1003 Bäume gefällt und davon 213 % nachgepflanzt, also 2137 Bäume,
2. Friedrichshain-Kreuzberg, 856 Bäume wurden gefällt und 116%, also 993 Bäume neu gepflanzt.

b) Die erste Säule muss für Spandau stehen, denn es lässt sich die Anzahl ca. 600 ablesen und in Spandau wurden 615 Bäume gefällt.

Die zweite Säule endet bei etwas über 1500. Neukölln liegt mit 1335 zu weit darunter, also muss sie für Lichtenberg stehen, dort wurden 1545 Bäume gefällt.

Die Säule für Steglitz-Zehlendorf muss minimal über 2500 enden.

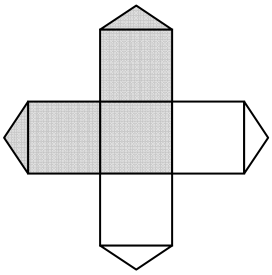
Anzahl der gefällten Straßenbäume

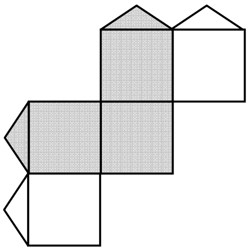


c) In Mitte wurden 213 % von 1003, also 2137 Bäume gepflanzt.
In Treptow-Köpenick wurden 82 % von 4474 und damit 3669 Bäume gepflanzt.
Fabian hat Recht.
Saskia hat sich von dem hohen Prozentsatz 213 % fehlleiten lassen, aber sie muss auch den Grundwert beachten, auf den sich der Prozentsatz bezieht und der ist in Treptow–Köpenick 4 Mal so hoch wir in Mitte.

Aufgabe 8: Kerzenverpackung

a) Das Netz kann auf verschiedenen Arten vervollständigt werden, zwei Beispiele sind:

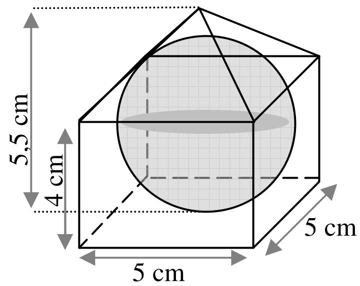




b) Volumen der kugelförmigen Kerze:
Der Durchmesser 5 cm bedeutet einen Radius von 2,5 cm.

$$V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2{,}5^3 = 65{,}450\ \text{cm}^3$$

Das Volumen der Kerze beträgt 65,45, cm^3.



c) Ausgepolstert muss der Raum in der Verpackung werden, der nicht von der Kugel eingenommen wird, also das Volumen der Verpackung abzüglich des Volumens der Kugel.

$$V_{Hohlraum} = V_{Verpackung} - V_{Kugel}$$

Die Verpackung besteht aus einem Quader und einer Pyramide.

$$V_{Verpackung} = V_{Quader} + V_{Pyramide}$$
$$V_{Quader} = 5\ \text{cm} \cdot 5\ \text{cm} \cdot 4\ \text{cm} = 100\ \text{cm}^3$$
$$V_{Pyramide} = \frac{1}{3}\pi\, 5^2 \cdot h$$

mit h = 5,5 cm – 4 cm = 1,5 cm also

$$V_{Pyramide} = \frac{1}{3}\pi\,(5\ \text{cm})^2 \cdot 1{,}5\ \text{cm} = 12{,}5\ \text{cm}^3$$

Daraus folgt:

$$V_{Verpackung} = 100\ \text{cm}^3 + 12{,}5\ \text{cm}^3 = 112{,}5\ \text{cm}^3$$
$$V_{Hohlraum} = 112{,}5\ \text{cm}^3 - 65{,}45\ \text{cm}^3 = 47{,}05\ \text{cm}^3$$

Es müssen 47,05 cm^3 Hohlraum ausgepolstert werden.