

## Lösung

Diese Lösung wurde erstellt von Cornelia Sanzenbacher. Sie ist keine offizielle Lösung des Niedersächsischen Kultusministeriums.

### Hauptteil (Kurs mit erhöhten Anforderungen)

1. a) Zur Berechnung des Flächeninhalts wird die Grundfläche des Whirlpools in ein Dreieck und einen Halbkreis zerlegt.

Berechnung des Kreisdurchmessers:

$$d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$d = a\sqrt{2} = 3,10 \text{ m} \cdot \sqrt{2}$$

$$d = 4,38 \text{ m}$$

Für den Radius gilt dann:

$$r = d : 2 = 2,19 \text{ m.}$$

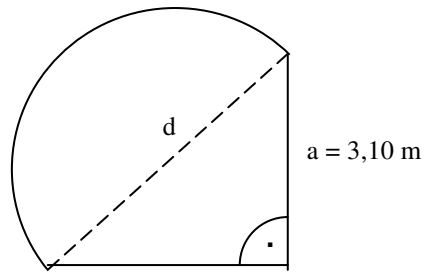
Berechnung des Flächeninhalts:

$$A = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}\pi \cdot r^2$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot (3,10\text{m})^2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (3,10\text{m})^2$$

$$A = 4,81\text{m}^2 + 7,53\text{m}^2$$

$$A = 12,34\text{m}^2$$



- b) Berechnung des Fliesenbedarfs (q = 1,15):  
 15 % von 12,34 m<sup>2</sup>:  $G^+ = G \cdot q = 12,34 \cdot 1,15 = 14,19 \text{ m}^2$   
 Es müssen Fliesen für 14,19 m<sup>2</sup>, also rund 15 m<sup>2</sup> gekauft werden.  
 (13,6 · 1,15 = 15,64 m<sup>2</sup>)

2. Rechnerische Bestimmung des Schnittpunkts:

$$2x + 3y = -6 \quad | -2 \quad \text{(I)}$$

$$10x + 4y = 14 \quad | \cdot 3 \quad \text{(II)}$$

$$-4x - 6y = 12 \quad \text{(I')}$$

$$15x + 6y = 21 \quad \text{(II')}$$

$$\text{(I')} + \text{(II')}: \quad 11x = 33 \quad \Rightarrow x = 3 \quad \text{(III)}$$

$$\text{(III) in (I)}: \quad 2 \cdot 3 + 3y = -6 \quad | -6$$

$$3y = -12 \quad | :3$$

$$y = -4$$

$$\text{IL} = \{3 | -4\}$$

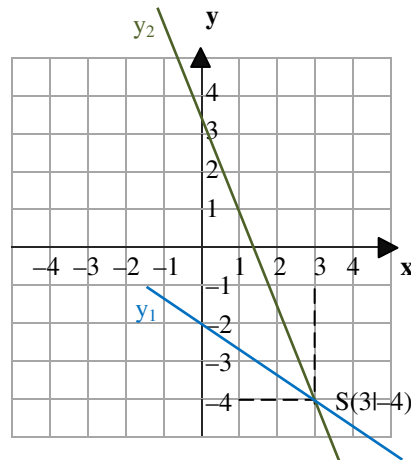
Zeichnerische Bestimmung des Schnittpunkts:

Die beiden Geraden

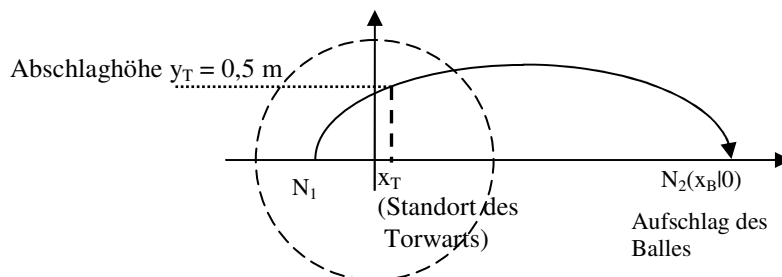
$$y_1 = -\frac{2}{3}x - 2 \text{ und}$$

$$y_2 = -\frac{5}{2}x + 3,5$$

werden in ein Koordinatensystem eingezeichnet und der Schnittpunkt abgelesen. Er liegt bei  $S(3|-4)$ .



3. Für die Wurfbahn eines Balles gilt die Gleichung:  $y = -0,05x^2 + 1,5x + 0,4$ .
- Der Faktor  $-0,05$  zeigt, dass es sich um eine nach unten geöffnete, weite Parabel handelt.
  - Der Torwart schlägt den Ball aus der Hand ab, also in einer Höhe von etwa 50 cm.
  - Der Torwart steht  $x$  m von der einen Nullstelle der Parabel entfernt, der Ball schlägt in der zweiten Nullstelle auf.



### 1. Berechnung der Nullstellen der Parabel

$$y = 0:$$

$$0 = -0,05x^2 + 1,5x + 0,4 \quad | : -0,05$$

$$0 = x^2 - 30x - 8$$

$$x_{1,2} = 15 \pm \sqrt{15^2 + 8}$$

$$x_{1,2} = 15 \pm 15,26$$

$$x_1 = 30,26$$

$$x_2 = -0,26$$

$$N_1(-0,26 | 0); N_2(30,26 | 0)$$

Der Ball trifft bei  $N_2$  auf dem Boden auf.

**Berechnung des Standortes des Torwarts:**

$$f(x_T) = 0,5 \text{ m:}$$

$$0,5 = -0,05x_T^2 + 1,5x_T + 0,4 \quad | -0,5$$

$$0 = -0,05x_T^2 + 1,5x_T - 0,1 \quad | : -0,05$$

$$0 = x_T^2 - 30 + 2$$

$$x_{1,2} = 15 \pm \sqrt{15^2 - 2}$$

$$x_{1,2} = 15 \pm 14,93$$

$x_1 = 29,93$  (Kurz bevor der Ball aufschlägt, hat er ebenfalls eine Höhe von 0,5 m.)

$x_2 = 0,07$  (Abschlagort des Balls vom Torwart)

Der Torwart steht bei  $T(0,07|0)$ . Die Entfernung des Ballaufschlags vom Torwart beträgt also:  
 $30,26 - 0,07 = 30,19 \text{ m}$ .

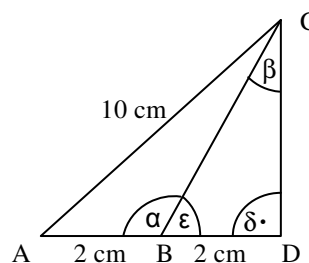
4. a) Der Winkel  $\text{CBD} = \varepsilon$  ist der Nebenwinkel von  $\alpha$ .

Damit ist  $\varepsilon = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$ .

Über die Winkelsumme im Dreieck BDC kann man dann  $\delta$  bestimmen:

$$\delta = 180^\circ - \beta - \varepsilon = 180^\circ - 42^\circ - 48^\circ = 90^\circ.$$

Mit  $\delta = 90^\circ$  ist das Dreieck BDC also rechtwinklig.



b) **Bestimmung der Länge der Strecke  $\overline{AC}$**

1. Berechnung von  $\overline{CD}$ :

$$\tan \beta = \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}}$$

$$\overline{CD} = \frac{\overline{BD}}{\tan \beta} = \frac{2}{\tan 42^\circ}$$

$$\overline{CD} = 2,2 \text{ cm}$$

2. Berechnung von  $\overline{AC}$ :

$$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{CD}^2$$

$$\overline{AC} = \sqrt{4^2 + 2,2^2}$$

$$\overline{AC} = 4,57 \text{ cm}$$

5. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Tim die Buchstaben E – V – A in dieser Reihenfolge zieht, ist

$$P(\text{E-V-A}) = \frac{1}{26} \cdot \frac{1}{26} \cdot \frac{1}{26} = \frac{1}{17576} = 0,006 \text{ \%}$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt also 0,006% oder 1 : 18 000.

6. Gesamtzahl der Befragten: 1475 Schüler

- a) 60 % der Befragten hören Hörbücher, das sind  $1475 \cdot 60 \% = 885$  Schülerinnen und Schüler.
- b) Mehr als 50 % der Befragten (abgelesener Schätzwert 53 %) lesen Bücher oder Zeitschriften, das sind 782 Schülerinnen und Schüler, also mehr als die Hälfte (738 Personen) und damit die Mehrheit der Befragten. Da andere Freizeitaktivitäten noch beliebter sind, ist dieser Balken im Diagramm niedriger und führt so leicht zu einem falschen Eindruck.
- c) Die Summe der Prozentsätze ergibt 279%, weil viele Schülerinnen und Schüler mehrere Freizeitgewohnheiten angegeben haben. Ein Kreisdiagramm ist aber nur sinnvoll, wenn sich die Angaben zu insgesamt 100 % addieren.

7. Für die Wassertonne gilt:  
Durchmesser: 50 cm; Radius: 25 cm.

Volumen des Steins:  
 $V = 24 \cdot 11,5 \cdot 7,1 = 1959,60 \text{ cm}^3$

Dieses Volumen entspricht dem Volumen des kleinen Wasserzylinders, um den das Wasser in der Tonne angestiegen ist.

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot r^2 \cdot h = 1959,60$$

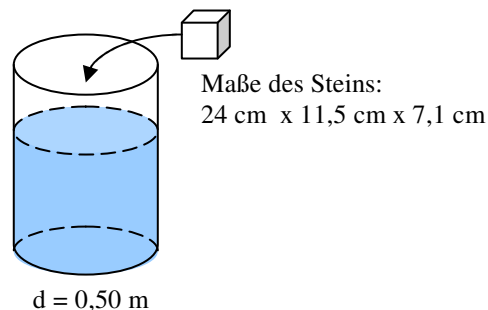
Damit kann man die Höhe berechnen, um die das Wasser steigt:

$$1959,60 = \pi \cdot 25^2 \cdot h$$

$$h = \frac{1956,6}{\pi \cdot 25^2}$$

$$h = 0,998 \text{ cm}$$

Das Wasser steigt um einen knappem Zentimeter.



## Wahlaufgaben

### Wahlaufgabe W1

- a) Berechnung des Volumens der quadratischen Pyramide:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} a^2 \cdot h \\ &= \frac{1}{3} \cdot (7\text{cm})^2 \cdot 10\text{cm} \\ &= 163,333\text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Berechnung der Masse der Pyramide:

1 cm<sup>3</sup> Glas wiegt 2,5 g.

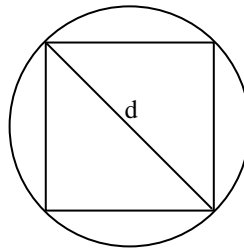
$$2,5 \cdot 163,333 = 408,333$$

163,333 cm<sup>3</sup> wiegen 408,333 g.

- b) Der Briefbeschwerer steht „vollständig“ auf dem kreisförmigen Untersetzer, das heißt, der Durchmesser des Untersetzers entspricht mindestens einer Diagonalen der quadratischen Grundfläche der Pyramide.

$$d = a \cdot \sqrt{2} = 7 \cdot \sqrt{2} = 9,9\text{ cm}$$

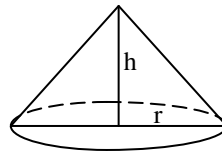
Der Untersetzer muss also mindestens einen Durchmesser von 9,9 cm haben.



- c) Für das Volumen eines Kegels gilt:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Es ist  $r = h$  und  $V = 100\text{ cm}^3$ , damit folgt:



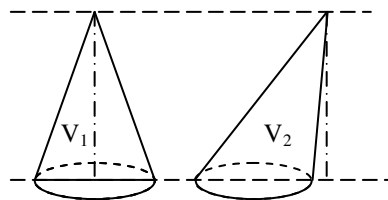
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow 100 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$r^3 = \frac{100 \cdot 3}{\pi} = 95,493 \quad | \sqrt[3]{\phantom{x}}$$

$$r = 4,57\text{cm} \Rightarrow h = 4,57\text{cm}$$

- d) Die richtige Antwort ist  $V_1 = V_2$ . Für das Volumen gilt die Gleichung  $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ , in die

Berechnung geht also nur die Grundfläche und die Höhe ein. Dabei ist es egal, ob die Pyramide schief ist, gleiche Höhe und Grundfläche ergibt gleiches Volumen.



## Wahlaufgabe W2

- a) Der Durchmesser der Kugel muss geschätzt werden, dazu vergleicht man die Größe der Kugel mit der daneben stehenden Frau. Für die Frau wird eine Größe von 1,70 m angenommen, die Kugel reicht ihr etwa bis zur Taille. Der Kugeldurchmesser beträgt dann rund 1 Meter, der Radius also etwa 50 cm.

Berechnung des Volumens der Kugel:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (50 \text{ cm})^3 = 523\,598,78 \text{ cm}^3$$

Berechnung des Gewichts der Kugel:

1 cm<sup>3</sup> wiegt 2,8 g

$$2,8 \cdot 523\,598,78 = 1\,466\,076,6$$

523 598,78 cm<sup>3</sup> wiegen 1466076,6 g = 1466,08 kg.

- b) Oberfläche der Kugel:

$$\begin{aligned} O &= 4 \cdot \pi \cdot r^2 \\ &= 4 \cdot \pi \cdot (50 \text{ cm})^2 \\ &= 31\,415,93 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Volumen des Wasserfilms:

$$\begin{aligned} V &= 31\,415,93 \cdot 0,1 \\ &= 3\,141,593 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

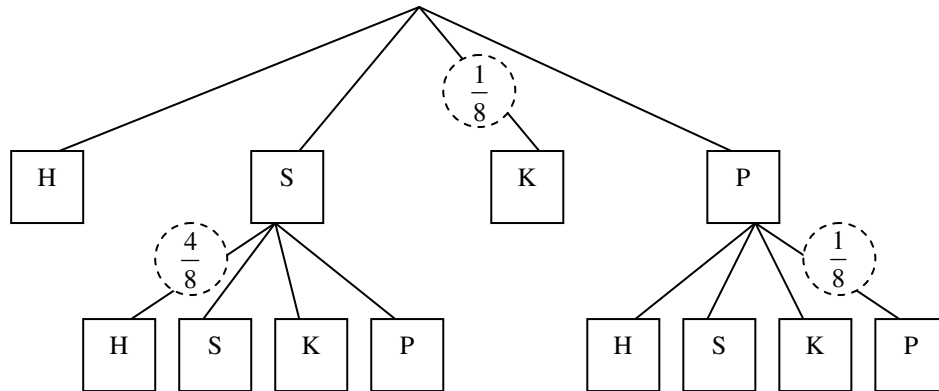
Der Wasserfilm hat ein Volumen von etwa 3100 cm<sup>3</sup>.

(Da die Dicke des Wasserfilms sehr viel kleiner ist als die Grundfläche, kann man einfach Grundfläche und Höhe miteinander malnehmen. Bei dickeren Kugelmänteln müsste man berücksichtigen, dass die Schicht sich nach außen wölbt.)

- c) Die Werte weichen voneinander ab, weil die Maße auf Schätzungen beruhen.

### Wahlaufgabe W3

- a) Geworfen wird ein achtseitiger Würfel; auf vier Seiten befindet sich ein Huhn; auf zwei Seiten ein Schwein; auf je einer eine Kuh und ein Pferd. Die Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm sind dann:



b)  $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

Für die Wahrscheinlichkeiten nach einmaligem Wurf gilt:

$$P(H) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 50\%$$

$$P(S) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 25\%;$$

$$P(K) = \frac{1}{8} = 12,5\%;$$

$$P(P) = \frac{1}{8} = 12,5\%.$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 25 % fällt also das Tierbild „Schwein“.

c) (I)  $P(\text{Huhn und Schwein}) = \frac{4}{8} \cdot \frac{2}{8} + \frac{2}{8} \cdot \frac{4}{8} = \frac{2}{8} = 25\%$

(II)  $P(\text{nicht zweimal Pferd}) = 1 - P(P;P) = 1 - \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = 1 - \frac{1}{64} = 98,4\%$

d)  $P(6\text{-mal Bild}) = \frac{1}{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$ .

Die Wahrscheinlichkeit, dieses Bild einmal zu werfen, beträgt also  $\frac{1}{2}$ . Dies gilt für das Bild eines Huhns.

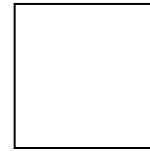
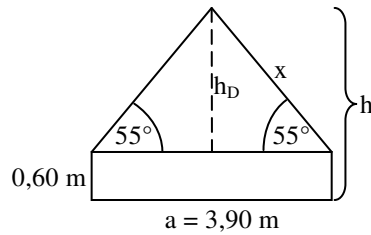
### Wahlaufgabe W4

- a) Über den Seitenwinkel lässt sich die Höhe des dreieckigen Teils der Häuserfront berechnen:

$$\tan 55^\circ = \frac{h_D}{\frac{a}{2}}$$

$$h_D = \frac{a}{2} \cdot \tan 55^\circ$$

$$h_D = 2,78 \text{ m}$$



Quadratische Grundfläche mit  $a = 3,90 \text{ m}$

Zur Gesamthöhe des Hauses kommt noch der Sockel hinzu:

$$h = h_D + 60 \text{ cm} = 3,38 \text{ m}$$

- b) Breite des Daches:

$$b = a + 2 \cdot 45 \text{ cm} = 3,9 \text{ m} + 90 \text{ cm} = 4,80 \text{ m}$$

Länge der Dachschräge:

$$x^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h_D^2$$

$$x^2 = (1,95 \text{ m})^2 + (2,78 \text{ m})^2$$

$$x = 3,40 \text{ m}$$

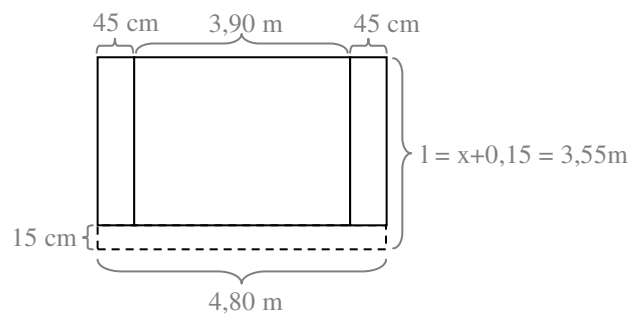
Länge des Daches:

$$l = x + 0,15 \text{ cm} = 3,55 \text{ m}$$

Berechnung der Dachfläche:

$$A = 2 \cdot 4,80 \text{ m} \cdot 3,55 \text{ m} = 34,08 \text{ m}^2$$

Die Dachfläche beträgt  $34,08 \text{ m}^2$



- c) Berechnung des Winkels unter der Dachspitze:

$$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{1,95}{3}$$

$$\frac{\gamma}{2} = 40,54^\circ$$

$$\gamma = 81,08^\circ$$

Der Winkel beträgt  $81,08^\circ$ .

