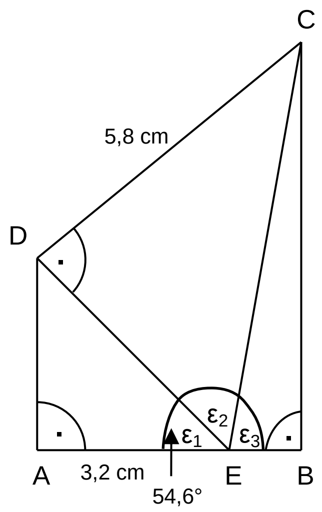
Pflichtaufgaben

Diese Lösung wurde erstellt von Cornelia Sanzenbacher. Sie ist keine offizielle Lösung des Ministeriums für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg.

Aufgabe P1



1. Berechnung von $\overline{DE}$

$$\cos \varepsilon_1 = \frac{\overline{AE}}{\overline{DE}} \Rightarrow \overline{DE} = \frac{\overline{AE}}{\cos \varepsilon_1} \Rightarrow \overline{DE} = \frac{3{,}2}{\cos 54{,}6°} \Rightarrow \overline{DE} = 5{,}5\text{ cm}$$

2. Berechnung von $\overline{CE}$

$$\overline{CE}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{CD}^2 \Rightarrow \overline{CE}^2 = 5{,}5^2 + 5{,}8^2 \Rightarrow \overline{CE} = 8{,}0\text{ cm}$$

3. Berechnung von ε_2

$$\sin \varepsilon_2 = \frac{\overline{CD}}{\overline{CE}} \Rightarrow \sin \varepsilon_2 = \frac{5{,}8}{8{,}0} \Rightarrow \varepsilon_2 = 46{,}5°$$

4. Berechnung von . ε_3

$$\varepsilon_3 = 180° - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \Rightarrow \varepsilon_3 = 180° - 54{,}6° - 46{,}5° \Rightarrow \varepsilon_3 = 78{,}9°$$

5. Berechnung von $\overline{BC}$

$$\sin \varepsilon_3 = \frac{\overline{BC}}{\overline{CE}} \Rightarrow \overline{BC} = \overline{CE} \cdot \sin \varepsilon_3 \Rightarrow \overline{BC} = 8{,}0 \cdot \sin 78{,}9° \Rightarrow \overline{BC} = 7{,}85\text{ cm}$$

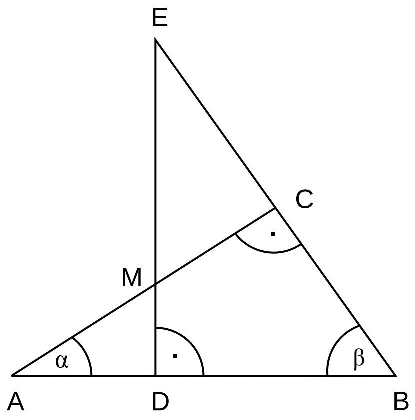
6. Berechnung von $\overline{BE}$

$$\overline{BE}^2 = \overline{CE}^2 - \overline{BC}^2 \Rightarrow \overline{BE}^2 = 8{,}0^2 - 7{,}85^2 \Rightarrow \overline{BE} = 1{,}54\text{ cm}$$

7. Berechnung des Umfangs U_{EBC}

$$U = \overline{BE} + \overline{BC} + \overline{CE} \Rightarrow U = 1{,}54 + 7{,}85 + 8 \Rightarrow u = 17{,}39\text{ cm}$$

Aufgabe P2



1. Berechnung von $\overline{AC}$

$\cos\alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{AC} = \overline{AB} \cdot \cos\alpha \Rightarrow \overline{AC} = 6{,}2 \cdot \cos 36{,}2° \Rightarrow \overline{AC} = 5{,}0 \text{ cm}$

$\overline{AM} = \frac{\overline{AC}}{2} = 2{,}5 \text{ cm}$

2. Berechnung von $\overline{AD}$:

$\cos\alpha = \frac{\overline{AD}}{\overline{AM}} \Rightarrow \overline{AD} = \overline{AM} \cdot \cos\alpha \Rightarrow \overline{AD} = 2{,}5 \cdot \cos 36{,}2° \Rightarrow \overline{AD} = 2{,}0 \text{ cm}$

3. Berechnung von β

$\beta = 90° - \alpha \Rightarrow \beta = 90° - 36{,}2° \Rightarrow \beta = 53{,}8°$

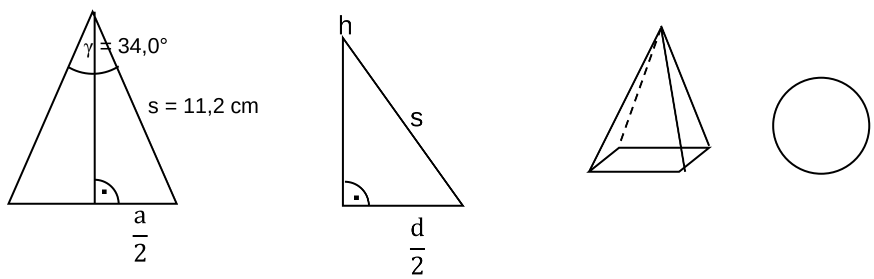
4. Berechnung von $\overline{BD}$

$\overline{BD} = \overline{AB} - \overline{AD} \Rightarrow \overline{BD} = 6{,}2 - 2 \Rightarrow \overline{BD} = 4{,}2 \text{ cm}$

5. Berechnung von $\overline{DE}$

$\tan\beta = \frac{\overline{DE}}{\overline{BD}} \Rightarrow \overline{DE} = \overline{BD} \cdot \tan\beta \Rightarrow \overline{DE} = 4{,}2 \cdot \tan 53{,}8° \Rightarrow \overline{DE} = 5{,}74 \text{ cm}$

Aufgabe P3



Berechnung des Volumens der Pyramide

1. Berechnung der Grundkante a

$$\sin\frac{\gamma}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{s} \Rightarrow \frac{a}{2} = s \cdot \sin\frac{\gamma}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = 11{,}2 \cdot \sin 17° \Rightarrow \frac{a}{2} = 3{,}27\ \text{cm} \Rightarrow a = 6{,}55\ \text{cm}$$

2. Berechnung der Diagonalen d

$$d = a \cdot \sqrt{2} \Rightarrow d = 6{,}5 \cdot \sqrt{2} \Rightarrow d = 9{,}2\ \text{cm} \Rightarrow \frac{d}{2} = 4{,}6\ \text{cm}$$

3. Berechnung der Pyramidenhöhe h

$$h^2 = s^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = 11{,}2^2 - 4{,}6^2 \Rightarrow h = 10{,}2\ \text{cm}$$

4. Berechnung des Pyramidenvolumens V_{Pyr}

$$V_{Pyr} = \frac{1}{3} a^2 \cdot h \Rightarrow V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 6{,}55^2 \cdot 10{,}2 \Rightarrow V_{Pyr} = 145{,}87\ \text{cm}^3$$

Das Volumen der Pyramide entspricht dem Volumen der Kugel.

Berechnung des Kugelradius r_K

$$V_K = \frac{4}{3}\pi \cdot r_K^3 \Rightarrow 145{,}87 = \frac{4}{3}\pi \cdot r_K^3 \Rightarrow r^3 = 143{,}65 \cdot \frac{3}{4\pi} \Rightarrow r_K^3 = 34{,}82 \Rightarrow r = 3{,}27\ \text{cm}$$

Aufgabe P4

1. Gegeben sind die Nullstellen der Parabel $x_1 = -2$; $x_2 = 4$. Aufstellen der Funktionsgleichung:

   $y = (x + 2)(x - 4)$ Satz vom Nullprodukt, ausmultiplizieren

   $y = x^2 + 2x - 4x - 8$

   $y = x^2 - 2x - 8$

   Zweite Möglichkeit: Einsetzen der Nullstellen in die allgemeine Funktionsgleichung

   $y = x^2 + px + q$

   (I) $-4 = -2p + q$

   (II) $-16 = 4p + q$

   Löst man dieses Gleichungssystem, erhält man $p = -2$ und $q = -8$, also $y = x^2 - 2x - 8$

2. Bestimmen des Scheitels der Parabel durch quadratische Ergänzung

   $y = x^2 - 2x - 8$

   $y = (x - 1)^2 - 9$

   $S(1|-9)$

3. Aufstellen der Geradengleichung

   Einsetzen von $P(2{,}5|-4)$ und $m = -2$ in $y = mx + b$

   $-4 = -2 \cdot 2{,}5 + b \Rightarrow b = 1 \Rightarrow y = -2x + 1$

4. Berechnung der Schnittpunkte Q_1 und Q_2 durch Gleichsetzen

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 8 &= -2x + 1 \\ x^2 &= 9 \\ x_{1,2} &= \pm 3 \\ y(+3) &= -2 \cdot 3 + 1 = -5 \qquad && Q_1(3|-5) \\ y(-3) &= -2 \cdot (-3) + 1 = 7 \qquad && Q_2(-3|7) \end{aligned}$$

Aufgabe P5

$$\frac{x}{x+4} = \frac{3x+28}{x^2+4x} + \frac{1}{x}$$

Definitionsmenge: ID = IR \ {0; –4}

Hauptnenner: x (x + 4)

Multiplizieren der Gleichung mit dem Hauptnenner:

$x \cdot x = 3x + 28 + x + 4 \Rightarrow x^2 = 4x + 32 \Rightarrow x^2 - 4x - 32 = 0$

Lösen mit der p-q-Formel; p = –4; q = –32

$$x_{1,2} = \frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 32}$$

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{36}$

$x_1 = 2 + 6 = 8$

$x_2 = 2 - 6 = -4$

x_2 gehört nicht zur Definitionsmenge, also gilt

IL = {8}

Aufgabe P6

Da der Durchschnitt 10 Punkte beträgt und 17 Personen den Test geschrieben haben, wurden insgesamt 17 · 10 = 170 vergeben.

Aus dem Boxplot kann man ablesen:

Maximum auf Rang 17: 20 Punkte

Zentralwert auf Rang 17:2 = 8,5 ≈ 9: 12 Punkte

unteres Quartil auf Rang 17 : 4 = 4,25 ≈ 5: 7 Punkte

Von den 170 Punkten sind nun 153 eingetragen, d. h. für Rang 3 und 14 fehlen noch 17 Punkte.

Rang 3	1	2	3
Rang 14	16	15	14

Paulines Behauptung „Mehr als die Hälfte aller Schüler und Schülerinnen ist besser als der Durchschnitt“ ist richtig, weil der Zentralwert Z = 12 Punkte ist (an Boxplot abgelesen). Die Hälfte aller Schüler hat also 12 Punkte oder mehr. Der Durchschnitt ist mit 10 Punkten angegeben, liegt also unterhalb des Zentralwerts Z, folglich sind mehr als die Hälfte der Schüler besser als der Durchschnitt.

Aufgabe P7

Insgesamt wurden 640 Fahrzeuge überprüft.

75 % von diesen 640, also 480 sind PKW.

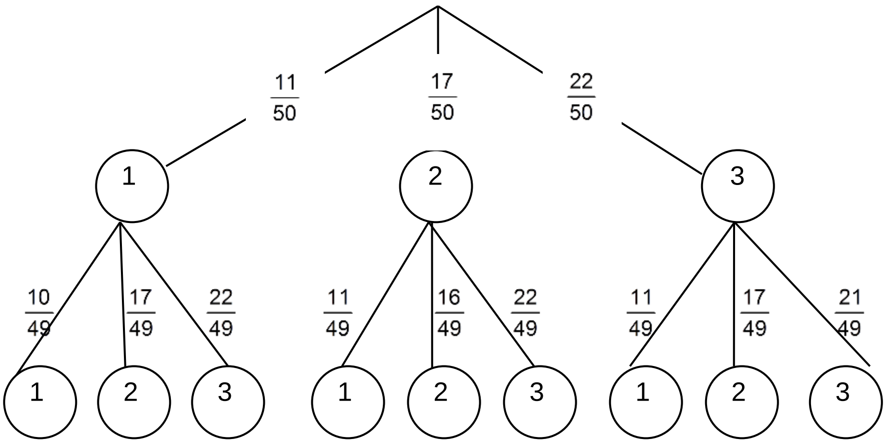
100 % – 75 % – 7,5 % – 2,5 % = 15 % dieser 640, also 96 sind Zweiräder.

Jeder Achte PKW hat die Geschwindigkeit überschritten, das sind 480 : 8 = 60 PKW.

5 % von diesen 60 droht ein Fahrverbot, das sind 3 PKW.

Antwort: Es sind 96 Zweiräder kontrolliert worden und 3 PKW müssen mit einem Fahrverbot rechnen.

Aufgabe P8



P(zwei gleiche Zahlen): P_1

P_1 = P(1,1) + P(2,2) + P(3,3) $= \frac{11}{50} \cdot \frac{10}{49} + \frac{17}{50} \cdot \frac{16}{49} + \frac{22}{50} \cdot \frac{21}{49}$ = 0,344 = 34,4 %

P(erste Zahl < zweite Zahl): P_2

P_2 = P(2,1) + P(3,1) + (3,2) = $\frac{17}{50} \cdot \frac{11}{49} + \frac{22}{50} \cdot \frac{11}{49} + \frac{22}{50} \cdot \frac{17}{49}$ = 0,3278 = 32,78 %