Hauptteil (Kurs mit erhöhten Anforderungen)

1. Kleine Dose: 750 g; Kosten: 2,80 € ⇒ 100 g kosten 2,8 : 7,5 ≈ 0,37 €

   Große Dose: 750 g + 15 %, also 750 · 1,15 = 862,5 g, Kosten: 3,25 €

   ⇒ 100 g kosten 3,25 : 8,625 ≈ 0,3768 € ≈ 0,38 €

   Die große Dose ist minimal teurer.

2. K_0 = 8000 €; K7 = 9000 €; n = 21 – 14 = 7 Jahre

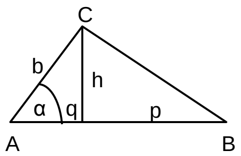
   $$K_7 = K_0 \cdot q^7 \Longrightarrow q = \sqrt[7]{\frac{K_7}{K_0}} = \sqrt[7]{\frac{9000}{8000}} \approx 1{,}017$$

   $q = 1 + \frac{p}{100}$ ⇒ p = 1,7 %

   Die Bank müsste Sina einen Zinssatz von mindestens 1,7 % anbieten, damit sie ihr Sparziel erreichen kann.

3. Der Zeichnung kann man entnehmen:

   $\overline{AB}$ = 8 cm; h = 4 cm; q = 2 cm; p = 6 cm



   Berechnung von b mit dem Satz des Pythagoras:

   $b^2 = h^2 + q^2$

   $b^2 = 4^2 + 2^2$

   b = 4,5 cm

   Berechnung von α:

   $\sin \alpha = \frac{h}{b} = \frac{4}{4{,}5}$

   α = 62,7°

4a) I 4x + 3y = 37 | · 5

<u>II 9x – 5y = 48</u> | · 3

20x + 15y = 185

<u>27x – 15y = 144</u> | addieren

47x = 329 | : 47

x = 7 | einsetzen in I

4·7 + 3y = 37

28 + 3y = 37 | – 28

3y = 9 | : 3

y = 3

L = {(7;3)}

b) 6er-Packungen: x; 10er-Packungen: y; 25 Packungen mit insgesamt 210 Eiern

$x + y = 25$

$6x + 10y = 210$

5. $x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} = 0$

Lösen mit der pq-Formel mit p = $-\frac{1}{4}$; q = $-\frac{1}{8}$

$x_{1,2} = \frac{1}{8} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^2 + \frac{1}{8}}$

$x_{1,2} = \frac{1}{8} \pm \sqrt{\frac{9}{64}}$

$x_1 = -\frac{1}{4}$

$x_2 = \frac{1}{2}$

$L = \left\{\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)\right\}$

6a) Einsetzen der Nullstelle $N_1(1|0)$ und des Scheitelpunkts $S(4|-9)$ in die Scheitelgleichung: $y = (x-4)^2 - 9$

Berechnung der 2. Nullstelle (y = 0):

$0 = (x-4)^2 - 9 \quad | +9$

$9 = (x-4)^2 \quad | \sqrt{\ }$

$\pm 3 = x - 4 \quad | +4$

$x_{1,2} = \pm 3 + 4$

$x_1 = 3 + 4 = 7$ => $N_2\ (7|0)$

$x_2 = -3 + 4 = 1$ => N_1

b) Ausmultiplizieren der Scheitelgleichung ergibt die allgemeine Funktionsgleichung:

$y = (x-4)^2 - 9$

$y = x^2 - 8x + 16 - 9$

$y = x^2 - 8x + 7$

c) Justin hat Recht.

Man kann die beiden Nullstellen in die allgemeine Form der Funktionsgleichung $y = x^2 + px + q$ einsetzen. So erhält man ein lineares Gleichungssystem in Abhängigkeit von p und q, mit dem man p und q berechnen und so die allgemeine Funktionsgleichung der Parabel bestimmen kann. Der x-Wert des Scheitels liegt in der Mitte zwischen den Nullstellen. Den y-Wert erhält man aus der Funktionsgleichung

7. Berechnung des Radius:

$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$

$212{,}17 = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$

$r^3 = \frac{3 \cdot 212{,}17}{4\pi} \approx 50{,}65 \quad |\sqrt[3]{}$

$r \approx 3{,}7 \text{ cm}$

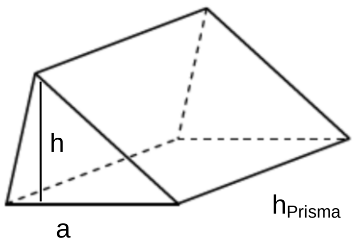
Berechnung der Kugeloberfläche:

$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

$O = 4 \cdot \pi \cdot 3{,}7^2$

$O \approx 172{,}03 \text{ cm}^2$

8a)



b) $V_1 = G \cdot h$

$V_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_\Delta \cdot h_{Prisma}$

$V_2 = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2h_\Delta \cdot 2h_{Prisma}$

$V_2 = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_\Delta \cdot h_{Prisma}$

$V_2 = 8 \cdot V_1$

Das Volumen des Prismas verachtfacht sich, wenn alle Seiten verdoppelt werden.

9. In 3 Sekunden fällt 1 Tropfen, in 60 Sekunden fallen also 20 Tropfen.

1 Tropfen hat 0,25 ml Volumen, 20 Tropfen haben 0,25 · 20 = 5 ml Volumen

In einer Minute tropfen aus dem Hahn also 5 ml Wasser.

1000 : 5 = 200 Minuten

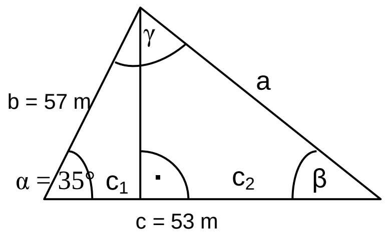
Es dauert 200 Minuten (3 Stunden und 20 Minuten) bis die Kanne voll ist. Dann ist es 17:05 Uhr.

10. a) $P(6;6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \approx 2{,}8\ \%$

b) Hier wird das Gegenereignis gesucht: $P(\text{nicht } 6;6) = 1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36} \approx 97{,}2\ \%$

Wahlteil

Wahlaufgabe: W1



a) Berechnung der Höhe h

$\sin\alpha = \frac{h}{b} \Rightarrow h = b \cdot \sin\alpha \Rightarrow h = 57 \cdot \sin 35° \Rightarrow h \approx 32{,}7$ m

Berechnung der Hypotenusenabschnitte c_1 und c_2

$c_1^2 = b^2 - h^2 \Rightarrow c_1^2 = 57^2 - 32{,}7^2 \Rightarrow c_1 \approx 46{,}7$ m

$c_2 = 53 - 46{,}7 \Rightarrow c_2 = 6{,}3$ m

Berechnung der dritten Seite a

$a^2 = h^2 + c_2^2 \Rightarrow a^2 = 32{,}7^2 + 6{,}3^2 \Rightarrow a \approx 33{,}3$ m

Damit ergibt sich der folgende Dreiecksumfang:

u = a + b + c; u = 33,3+ 57 + 53; u = 143,3 m

b) Berechnung von β

$\tan\beta = \frac{h}{c_2} = \frac{32{,}7}{6{,}3} \Rightarrow \beta \approx 79{,}1°$

Berechnung von γ

$\gamma = 180° - \alpha - \beta$; $\gamma = 180° - 35° - 79{,}1°$; $\gamma = 65{,}9°$

c) Flächeninhalt des Dreiecks

$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 53 \cdot 32{,}7 = 866{,}55\ \text{cm}^2$

Wahlaufgabe: W2

a) gemessene Länge des Mannes auf dem Bild: 6 cm

Geht man von einer Größe des Mannes in der Wirklichkeit von 180 cm aus, ergibt sich ein Maßstab von 1 : 30.

gemessener Durchmesser der Tischplatte auf dem Bild: 10 cm

maßstäblich umgerechneter Durchmesser der Tischplatte: 300 cm; $r_1 = 150$ cm

gemessene Dicke der Tischplatte: 0,5 cm

maßstäblich umgerechnete Dicke der Tischplatte: 15 cm

Damit ergibt sich das folgende Volumen der Tischplatte:

$V = \pi \cdot r_1^2 \cdot h = \pi \cdot 150^2 \cdot 15 = 1\,060\,287{,}5\ \text{cm}^3 = 1{,}06\ \text{m}^3$

b) gemessener Durchmesser der Stahlplatte: 4,5 cm

maßstäblich umgerechneter Durchmesser: $4{,}5 \cdot 30 = 135$ cm; $r_2 = 67{,}5$ cm

Der Durchmesser des Betonsockels beträgt ebenfalls 135 cm.

Die Holzfläche besteht aus zweimal dem Kreis der Holzplatte abzüglich des Kreises der Stahlplatte bzw. des Betonsockels, außerdem aus dem Rand der Holzplatte:

$O = 2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_1^2 - 2 \cdot \pi \cdot r_2^2) + h \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_1$

$O = 2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 150^2 - 2 \cdot \pi \cdot 67{,}5^2) + 15 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 150$

$O = 2 \cdot 112\,743{,}9 + 14\,137{,}167$

$O = 239\,624{,}9\ \text{cm}^2 = 23{,}9\ \text{m}^2$

c) Behauptung: $d_{Tisch} = 8 \cdot d_{Hocker}$

$A_{Hocker} = 1018\ \text{cm}^2$

$A_{Tisch} = \pi \cdot r_1^2 = \pi \cdot 150^2 = 70.685{,}835\ \text{cm}^2$ aber: $8 \cdot A_{Hocker} = 8 \cdot 1018 = 8144\ \text{cm}^2$

Das die Behauptung nicht stimmt, kann man auch erkennen, wenn man das tatsächliches Verhältnis mit Variablen berechnet:

$A_{Hocker} = \pi \cdot r^2$

$A_{Tisch} = \pi \cdot (8 \cdot r)^2 = 64 \cdot \pi \cdot r^2$

Die Behauptung ist falsch. Der Tisch ist 64-Mal so groß wie ein Hocker.

Wahlaufgabe: W3

a) $P(G;G;G) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$; $P(N;G;G) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{64}$

b) (1) P(kein Gewinn) = $P(N;N;N) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$

(2) „mindestens ein Gewinn" ist das Gegenereignis zu „kein Gewinn"

P(min. ein Gewinn) = $1 - P(N;N;N) = 1 - \frac{27}{64} = \frac{37}{64}$

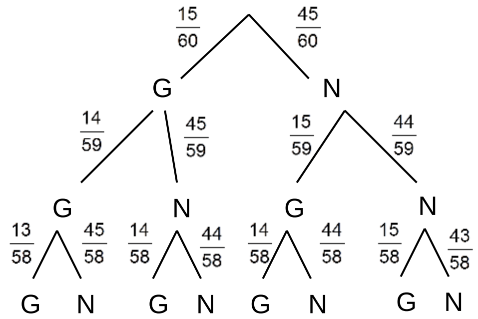
(3) P(genau ein Gewinn) = $P(G,N,N) + P(N,G,N) + P(N,N,G)$

$$= \frac{9}{64} + \frac{9}{64} + \frac{9}{64} = \frac{27}{64}$$

(4) P(max eine Niete) = $P(N,G,G) + P(G,N,G) + P(G,G,N) + P(G,G,G)$

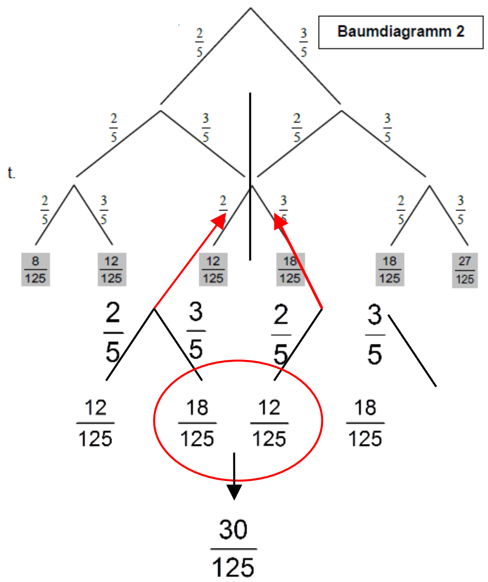
$$= \frac{3}{64} + \frac{3}{64} + \frac{3}{64} + \frac{1}{64} = \frac{10}{64} = \frac{5}{32}$$

c)



Das Ziehen aus einer Lostrommel entspricht dem „Ziehen ohne Zurücklegen", das Glücksrad dem „Ziehen mit Zurücklegen": Während bei einem Glücksrad die Anzahl der Möglichkeiten bei jedem Drehvorgang gleich bleibt, wird bei jedem Losziehen ein Los entfernt. Es ist also nach jedem Ziehen ein Los weniger in der Trommel. Dies muss bei der Wahrscheinlichkeit beachtet werden.

d) Der Aufbau des Baumdiagramms ist falsch: Wolfgang hat zwei Äste vergessen.

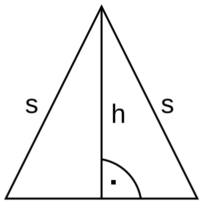


Die beiden Werte im roten Kreis fehlen bei Wolfgangs Addition: $\frac{95}{125} + \frac{30}{125} = \frac{125}{125} = 1$

Wahlaufgabe: W4

a) Berechnung der Höhe des Dreiecks mit dem Satz des Pythagoras:

$h^2 = s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$



$h^2 = 4{,}5^2 - 3{,}5^2$

$h \approx 2{,}83$ cm

b) Berechnung des Volumens:

$V_{Box} = V_{Quader} + V_{Prisma}$

$V_{Box} = a \cdot b \cdot c + 0{,}5 \cdot a \cdot h \cdot b$

$V_{Box} = 7 \cdot 19 \cdot 17 + 0{,}5 \cdot 7 \cdot 2{,}83 \cdot 19$

$V_{Box} = 2449{,}20\ cm^3$ (mit h = 2,91 cm ergibt sich V = 2454,5 cm^3.)

c) $r_{Kugel} = 1{,}5$ cm; $V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1{,}5^3 \Rightarrow V_{Kugel} = 14{,}14\ cm^3$

60 Kugeln haben also ein Volumen von $V_{schoko} = 60 \cdot V_{Kugel} = 848{,}23\ cm^3$

Prozentsatz: $p = \frac{848{,}23}{2449{,}2} \cdot 100 \approx 34{,}6\ \%$

Rechnet man mit $V_{Box} = 2501{,}2\ cm^3$, ergibt sich p = 33,9 %.

d) Originalpackung: $c_O = 17$ cm

Vergrößerte Packung: $c_G = 1{,}36$ m = 136 cm

Vergrößerungsfaktor: q = 136 : 17 = 8

Alle Längen sind mit dem Faktor 8 vergrößert worden.